

## Appel A Projets III : formulaire de candidature

Nom du correspondant : FOULADIRAD MITRA

Nom du projet : MOST-ECO (MODélisation STochastique de l'ECoulement des fluides)

Résumé du projet:

The aim of this project is to initiate collaborations in the framework of stochastic modelling for fluid dynamics. Taking into account uncertainties in physical phenomenon modelling is of major importance. There exist several methods dealing with data which take into account different sources of uncertainty. In this project, the main purpose is to use stochastic processes having the physical deterministic fluid dynamic model as average and taking into account expert knowledge. The project is in the crossroad of fluid mechanics, applied mathematics and data science.

Volet(s) complémentaires demandé(s) :      + Collaboration internationale      + Pédagogie

### Contenu scientifique (3 pages maxi)

#### Contexte scientifique

Les progrès dans les capacités de calcul ont conduit au développement de nombreux outils et méthodes numériques pour la simulation des phénomènes physiques. L'objectif de la simulation numérique est de reproduire fidèlement le comportement du phénomène physique en utilisant des modèles mathématiques. Cette modélisation est confrontée à plusieurs sources d'incertitudes : incertitude intrinsèque au phénomène et à son environnement, incertitude épistémique liée à la subjectivité du choix du modèle et enfin l'incertitude numérique aussi connue sous le nom d'erreur de calcul ou de mesure. Il est très important que les incertitudes soient identifiées et quantifiées de manière appropriée. La modélisation stochastique et la calibration des modèles en présence de données permettent de prendre en compte une grande partie de ces différentes sources d'incertitude afin de pouvoir proposer une prédiction fiable avec des bornes de confiance acceptables.

De manière générale, nous pouvons énumérer trois niveaux de modélisation pour décrire le comportement des phénomènes physiques. Premièrement, les modèles déterministes qui décrivent le phénomène de manière exacte pour des paramètres donnés. Ces modèles appelés « boîte blanche » sont coûteux en temps de calcul et sont moins adaptés pour la prise en compte de changements de conditions environnementales, de modes de sollicitations et plus généralement pour les études de sensibilités [1]. Pour pallier à ces faiblesses, les modèles de type « boîte noire » ont vu le jour. Ces derniers en se basant sur des réponses, des mesures ou des résultats de calcul, proposent de lier les paramètres de départ à la surface de réponse tout en s'affranchissant du modèle physique sous-jacent. Grâce aux outils d'intelligence artificielle, ces modèles ont commencé à avoir beaucoup de succès [2-4]. Pourtant, l'efficacité (théorique) de ces modèles dépend essentiellement de la taille des données disponibles. En pratique, il n'est pas toujours simple de disposer des échantillons de grande taille. Il existe une autre alternative à ces modèles, à savoir les modèles de type « boîte grise ». Ces derniers en se basant sur les modèles déterministes, les avis d'expert ainsi que des réponses ou des mesures permettent de prendre en compte dans la mesure du possible une grande partie des incertitudes liées au phénomène physique et à sa modélisation. Ces modèles stochastiques intègrent le modèle physique sous-jacent comme une tendance moyenne et lui associent une variabilité aussi bien liée aux paramètres qu'au modèle. La calibration de ces modèles repose sur des méthodes statistiques basées sur des données et des avis d'experts. Néanmoins, cette étape nécessite moins de données que pour la calibration des modèles de type boîte noire.

Dans le cadre de la mécanique des fluides, plus précisément la dynamique des fluides, les équations ou les systèmes d'équations régissant les écoulements sont très complexes et très coûteux en calcul. C'est pourquoi des outils de simulation numérique de l'écoulement qui reposent sur des modèles probabilistes et qui simplifient les calculs ont un intérêt indéniable. Les processus stochastiques sont des outils très adaptés pour ce type de modélisation. Ces processus qui découlent des équations ou systèmes d'équations différentielles stochastiques, peuvent en même temps intégrer le modèle physique de l'écoulement et prendre en compte l'incertitude liée aux paramètres et au modèle [5,6]. Très souvent, l'aspect aléatoire dans le cadre des équations d'écoulement plus précisément des équations de Navier-Stokes est introduit en ajoutant un bruit gaussien ou un mouvement brownien standard au modèle déterministe [7,8]. Cette construction permet d'intégrer seulement l'incertitude liée aux erreurs de mesures ou de calculs et éventuellement celle liée au phénomène, alors que les incertitudes liées aux paramètres ne seront pas correctement modélisées. De plus, une fois confronté aux données, très souvent les méthodes statistiques ne valident pas ces modèles [7]. C'est pourquoi l'intégration de l'incertitude via une modélisation plus fine de l'aléa permettrait une meilleure prise en compte de diverses sources d'incertitude. Les modèles sans mémoire, à savoir, les processus markoviens, sont souvent très adaptés pour la modélisation des phénomènes mécaniques [9,10]. Même en présence de mémoire temporel ou spatial, il est possible de se ramener aux modèles markoviens ou semi-markovien qui ont des propriétés très recherchées par leur rapidité calculatoires, précision en prédiction et aisance en calibration en présence de données [11].

Dans le cadre de ce projet, deux cas d'étude seront considérés : l'écoulement sanguin intracardiaque et l'écoulement de l'air sur les éoliennes. Ces deux phénomènes d'écoulement sont non stationnaires et la prédiction de ces derniers en fonction de différents paramètres est d'une grande importance. L'objectif est de pouvoir à terme, proposer un modèle stochastique pour simuler ces écoulements. Ce projet permet de mettre les bases pour cette modélisation. Les verrous scientifiques de cette modélisation sont les suivants :

- Construction du modèle ayant le modèle déterministe comme moyenne.
- Utilisation conjointe des modèles déterministe et stochastique.
- Étude des propriétés probabilistes du modèle proposé.
- Proposition de méthodes statistiques efficaces pour la calibration de modèle.
- Proposition de test de validation de modèle en présence de données issues du modèle physique.
- Prédiction et réduction d'incertitude en présence de données réelles ou/et simulées.
- Validation de la méthode de prédiction.

Des éléments de réponse seront apportés en s'appuyant sur les analyses existantes dans la littérature dans le domaine de la modélisation stochastique, calibration et prédiction [12-14].

## Programme

La construction d'un système ou d'une équation stochastique pourra suivre plusieurs étapes. D'abord le travail se fera sous des hypothèses simplificatrices, ensuite en ajoutant une par une des hypothèses sur la compressibilité, viscosité et stationnarité, des modèles plus complexes seront proposés.

Dans un premier temps, la modélisation se fera sous les hypothèses simplificatrices, c'est-à-dire, l'incompressibilité, non viscosité et la stationnarité autrement dit sous la théorie des écoulements à potentielle de vitesse. Après la proposition du modèle stochastique ce dernier sera calibré en présence de données. La validation du modèle se fera à l'aide des données simulées issues des modèles d'écoulement simples. Le modèle proposé permettrait de faire de la prédiction avec des bornes de confiances. L'incertitude sur les paramètres du modèle sera intégrée par des lois *a priori* et à l'aide des méthodes bayésiennes l'incertitude sera propagée dans le résultat de prédiction.

En ajoutant successivement la compressibilité, la viscosité et la non-stationnarité, des modèles stochastiques plus riche et plus adaptés aux cas d'études seront proposés. Ces modèles prendront en compte la dépendance et un plus grand nombre de contraintes numériques. La calibration fera appel aux méthodes statistiques plus sophistiquées. La calibration ainsi que la validation se feront en présence

de données simulées par les équations RANS. De la même manière que dans le cas simplifié, la propagation d'incertitude sur le résultat de prédiction pourra être envisagée.

### Retombées attendues

Collaboration : Ce projet va initier et renforcer la collaboration entre M2P2, LMA, LMA de l'Université de Technologie de Compiègne et l'Université d'Aristote de Thessalonique.

Workshop : Dans le cadre de ce projet un Workshop en « modélisation stochastique et mécanique des fluides » sera organisé et suivant le succès de ce dernier il pourra être le début d'une série de workshop attirant des chercheurs éminents dans les différents domaines de recherche liés à ce projet.

Appel à projet : Suivant les résultats obtenus des projets CNRS ou ERC peuvent être visés.

### Références

- [1] A. S. Monin and A. M. Yaglom, *Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence*. Vol. II, Dover Publications, Mineola, NY, USA, 2007.
- [2] Alessandri, A., Bagnerini, P., Gaggero, M., Mantelli, L., Santamaria, V., & Traverso, A. (2018, June). Black-box modeling and optimal control of a two-phase flow by using Navier-Stokes equations and level set methods. In *2018 Annual American Control Conference (ACC)* (pp. 3429-3434). IEEE.
- [3] Decuyper, J., Tiels, K., Runacres, M. C., & Schoukens, J. (2021). Retrieving highly structured models starting from black-box nonlinear state-space models using polynomial decoupling. *Mechanical Systems And Signal Processing*, 146, 106966.
- [4] Wandel, N., Weinmann, M., & Klein, R. (2021). Teaching the incompressible Navier-Stokes equations to fast neural surrogate models in three dimensions. *Physics of Fluids*, 33(4), 047117.
- [5] Mikulevicius, R., & Rozovskii, B. L. (2004). Stochastic Navier-Stokes equations for turbulent flows. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 35(5), 1250-1310.
- [6] José Manuel Corcuera, Emil Hedeveg, Mikko S. Pakkanen, Mark Podolskij, (2013) Asymptotic theory for Brownian semi-stationary processes with application to turbulence, *Stochastic Processes and their Applications*, Volume 123, Issue 7, 2013, Pages 2552-2574.
- [7] Niederreiter, H., & Talay, D. (Eds.). (2006). *Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods 2004*. Springer Science & Business Media.
- [8] Hedeveg, E., & Schmiegel, J. (2013). A causal continuous-time stochastic model for the turbulent energy cascade in a helium jet flow. *Journal of Turbulence*, 14(11), 1-26.
- [9] Pedrizzetti, G., & Novikov, E. A. (1994). On Markov modelling of turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 280, 69-93.
- [10] Peinke, J., Tabar, M. R., & Wächter, M. (2019). The Fokker-Planck approach to complex spatiotemporal disordered systems. *Annual Review of Condensed Matter Physics*, 10, 107-132.
- [11] Janssen, J., & Limnios, N. (Eds.). (2013). *Semi-Markov models and applications*. Springer Science & Business Media.
- [12] Holm, D. D. (2020). Stochastic modelling in fluid dynamics: Itô versus Stratonovich. *Proceedings of the Royal Society A*, 476(2237), 20190812.
- [13] Razafimandimby, P. A. (2010). On stochastic models describing the motions of randomly forced linear viscoelastic fluids. *Journal of Inequalities and Applications*, 2010, 1-27.
- [14] Brzeźniak, Z., Capiński, M., & Flandoli, F. (1991). Stochastic partial differential equations and turbulence. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 1(01), 41-59.
- [14] Cialenco, I. (2018). Statistical inference for SPDEs: an overview. *Statistical Inference for Stochastic Processes*, 21(2), 309-329.